Durée : 3 heures

Baccalauréat STMG Antilles–Guyane
12 septembre 2014 Correction

EXERCICE 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise pour les années comprises entre 2008 et 2013.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire en milliers d'euros y_i	251	280	320	359	405	445
Indice (base 100 : 2008)	100	112	127	143	161	

1. Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de 2008 à 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

a. ~~43,6 %~~ **b.** $\boxed{77,3\,\%}$ **c.** ~~177,3 %~~ **d.** ~~44,4 %~~

2. Le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2008 et 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

a. ~~9,7 %~~ **b.** $\boxed{12,1\,\%}$ **c.** ~~12,2 %~~ **d.** ~~15,5 %~~

3. L'indice correspondant à l'année 2013, arrondi à l'unité, est égal à :

a. ~~144~~ **b.** ~~179~~ **c.** ~~176~~ **d.** $\boxed{177}$

4. Une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, dans laquelle les coefficients ont été arrondis au dixième est :

a. $\boxed{y = 39,5x + 204,9}$ **b.** $\cancel{y = -21x + 208}$ **c.** $\cancel{y = 40,2x + 58}$ **d.** $\cancel{y = 39,5x - 79157,6}$

5. On prévoit une augmentation de 12 % par an du chiffre d'affaires à partir de l'année 2013.
Le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2016, arrondi au millier d'euros, sera alors de :

a. ~~481~~ **b.** ~~605~~ **c.** ~~700~~ **d.** $\boxed{625}$

EXERCICE 2 — 7 points

Les parties A, B et C sont dans une large mesure indépendantes

Un magasin de vêtements a constitué un stock d'un certain type de pantalons venant de trois fabricants f_1, f_2 et f_3.
Certains de ces pantalons présentent un défaut.
Pour tout évènement E on note $\overline{E}$ son évènement contraire et $p(E)$ sa probabilité.

Partie A

60 % du stock provient du fabricant f_1, 30 % du stock provient du fabricant f_2 et le reste du stock provient du fabricant f_3.
La qualité de la production n'est pas la même selon les fabricants.
Ainsi :

6 % des pantalons produits par le fabricant f_1 sont défectueux
4 % des pantalons produits par le fabricant f_2 sont défectueux
2 % des pantalons produits par le fabricant f_3 sont défectueux.

On prélève au hasard un pantalon dans le stock. On considère les évènements suivants :

F_1 : « le pantalon a été fabriqué par f_1 » ;
F_2 : « le pantalon a été fabriqué par f_2 » ;
F_3 : « le pantalon a été fabriqué par f_3 » ;
D : « le pantalon est défectueux ».

1. Calculons la probabilité de l'évènement F_3.
La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires est égale à 1. $p(F_1)+p(F_2)+p(F_3)=1$
Par conséquent $p(F_3)=1-\left(p(F_1)+p(F_2)\right)=1-(0{,}6+0{,}3)=0{,}1$.

2. **a.** Complétons l'arbre de probabilité correspondant à la situation.

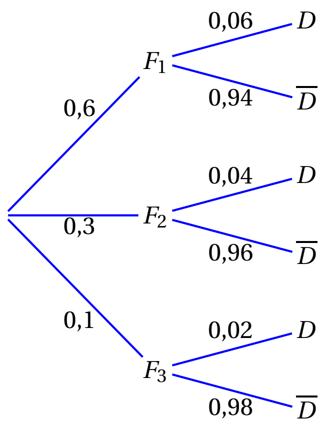
b. Montrons que la probabilité de l'évènement D est égale à 0,05.
$p(D)=p(F_1)\times p_{F_1}(D)+p(F_2)\times p_{F_2}(D)+p(F_3)\times p_{F_3}(D)=0{,}6\times 0{,}06+0{,}3\times 0{,}04+0{,}1\times 0{,}02=0{,}05$

c. L'évènement : « le pantalon est sans défaut » est l'évènement contraire de D.
$p(\overline{D})=1-p(D)=1-0{,}05=0{,}95$.

3. On prélève un pantalon parmi ceux qui présentent un défaut.
La probabilité qu'il ait été fabriqué par le fabricant f_1 est notée $p_D(F_1)$

$$p_D(F_1)=\frac{p(F_1\cap D)}{p(D)}=\frac{0{,}6\times 0{,}06}{0{,}05}=0{,}72$$

La probabilité que le pantalon présentant un défaut ait été fabriqué par f_1 est 0,72.



Partie B

Dans toute cette partie, on admet que le pourcentage de pantalons du stock présentant un défaut est égal à 5 %.
On choisit au hasard un lot de 3 pantalons dans le stock. On suppose que le stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à 3 tirages indépendants avec remise.

On appelle X la variable aléatoire qui dénombre les pantalons présentant un défaut dans le lot de 3 pantalons prélevés.

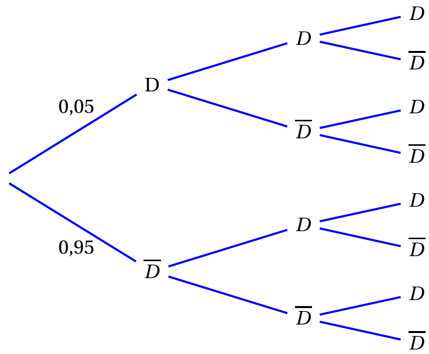
1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
La loi de probabilité de X est une loi binomiale car il s'agit d'une répétition de 3 séries indépendantes et identiques caractérisées par deux issues de probabilité p et q telles que $p+q=1$.

- le pantalon présente un défaut avec une probabilité $p=0{,}05$
- le pantalon ne présente pas de défaut avec une probabilité $q=0{,}95$

Nous avons donc une loi binomiale de paramètres (3 ; 0,05).

2. Déterminons la probabilité, arrondie au millième, que le lot prélevé comporte exactement un pantalon défectueux ?

Construisons un arbre de probabilité faisant intervenir les évènements D et $\overline{D}$



Trois chemins de l'arbre correspondent à l'évènement « le lot comporte exactement un pantalon défectueux ». Chacun de ces chemins a la probabilité $0,05 \times 0,95 \times 0,95$.

$p(X = 1) = 3 \times 0,05 \times (0,95)^2 \approx 0,135$.

La probabilité que le lot comporte exactement un élément défectueux est 0,135.

3. Déterminons la probabilité, arrondie au millième, que le lot prélevé comporte au moins un pantalon défectueux. L'évènement contraire est « le lot prélevé comporte aucun pantalon défectueux ». La probabilité de cet évènement est $(0,95)^3$. La probabilité de l'évènement contraire est $1 - (0,95)^3 \approx 0,143$.

La probabilité que le lot comporte au moins un élément défectueux est 0,143.

Partie C : étude de la production d'un fabricant

On s'intéresse dans cette partie à la production du fabricant f_2.
On s'intéresse uniquement au défaut de longueur et on considère qu'il y a un défaut sur un pantalon lorsque sa longueur est inférieure à 79 cm ou supérieure à 81 cm.
La longueur d'un pantalon, en centimètres, est modélisée par une variable aléatoire L. On admet que L suit une loi normale de moyenne 80 et d'écart type 0,5.

On donne de plus : $p(L \leqslant 81) = 0,977$.

1. Calculons la probabilité $p(79 \leqslant L \leqslant 81)$. À l'aide de la calculatrice, nous trouvons $p(79 \leqslant L \leqslant 81) = 0,9545$.

Remarque 1 En utilisant la donnée $p(L \leqslant 81) = 0,977$ on en déduit que $p(L \geqslant 81) = 1 - 0,977 = 0,023$.

Par raison de symétrie $p(L \leqslant 79) = 0,023$. Il en résulte $P(79 \leqslant L \leqslant 81) = 1 - 2 \times 0,023 = 0,954$.

Remarque 2 $[79 ; 81]$ est l'intervalle $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$

2. Ce résultat impliquant à la production une probabilité de 0,05 d'avoir un défaut est un peu supérieur aux données de la partie A, où la production de f_2 avait un défaut dans 4 % des cas.

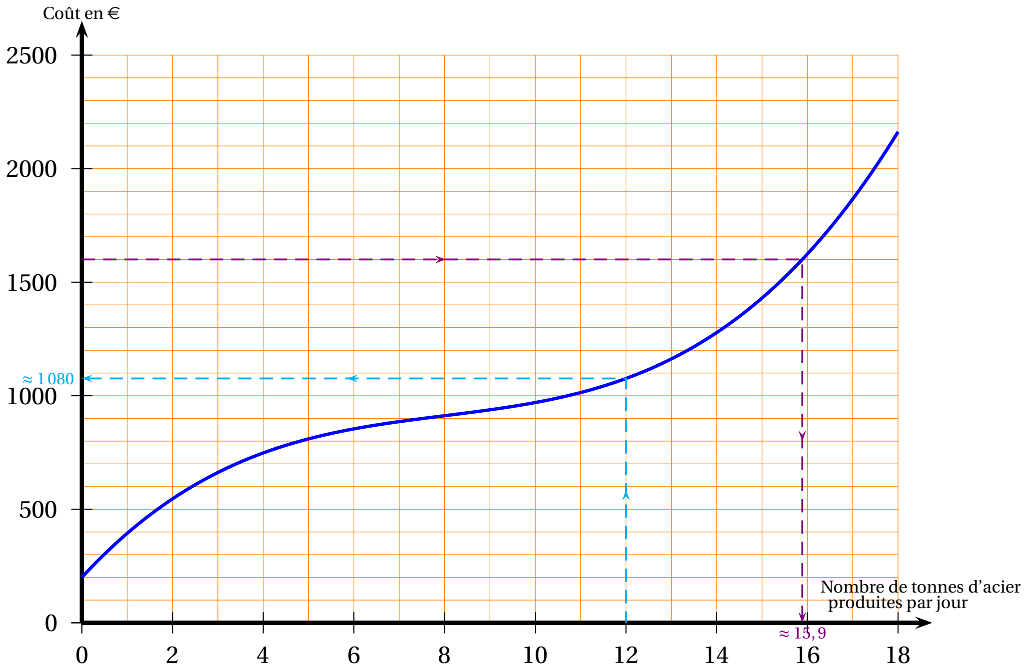
EXERCICE 3 — 8 points

Les parties A, B et C sont dans une large mesure indépendantes

On s'intéresse à la production d'acier par un fabricant donné. La production journalière varie entre 0 et 18 tonnes d'acier.

Partie A : lecture graphique

La fonction C représentée graphiquement ci-dessous donne le coût total de production en euros en fonction du nombre de tonnes d'acier produites par jour.



À l'aide de cette courbe, avec la précision permise par le graphique :

1. Le coût total de production pour 12 tonnes d'acier produites par jour est d'environ 1 080 €. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 12.

2. Le nombre de tonnes d'acier produites par jour pour un coût total de production de 1600 € est d'environ 15,9. Nous lisons l'abscisse du point d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = 1600$.

Partie B : étude du bénéfice

La fonction coût de la partie précédente est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par : $C(x) = x^3 - 24x^2 + 217x + 200$.
On suppose que, chaque jour, tout l'acier est vendu, au prix de 100 € la tonne.

1. **a.** La recette, en euros, réalisée pour la vente de 12 tonnes d'acier est de 1 200 euros (12×100).

   b. On appelle $R(x)$ la recette, en euros, réalisée pour la vente de x tonnes d'acier.
   $R(x) = 100x$.

   c. On appelle $B(x)$ le bénéfice (éventuellement négatif), en euros, réalisé pour la vente de x tonnes d'acier.
   Le bénéfice étant égal à la différence entre les recettes et les coûts,
   $B(x) = R(x) - C(x) = 100x - \left(x^3 - 24x^2 + 217x + 200\right) = -x^3 + 24x^2 - 117x - 200$.

2. **a.** Déterminons une expression $B'(x)$ de la fonction dérivée de B sur l'intervalle $[0 ; 18]$.
   $B'(x) = -3x^2 + 24(2x) - 117 = -3x^2 + 48x - 117 = -3(x-3)(x-13)$.

   b. $B'(x)$ est un trinôme du second degré. Le coefficient du terme en x^2 est négatif (-3) par conséquent $B'(x)$ est négatif à l'extérieur des racines et positif entre les racines.
   D'où le tableau de signes de $B'(x)$ suivant :

x	0		3		13		18
Signe de $B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   c. Dressons le tableau de variations complet de la fonction B.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Sur $]3\ 13[$, $B'(x) > 0$ par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Sur $[0 ; 3[$ ou sur $]13 ; 18]$ $B'(x) < 0$, par conséquent B est strictement décroissante sur chacun de ces intervalles.

x	0		3		13		18
$B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variation de B	-200	$\searrow$	-362	$\nearrow$	138	$\searrow$	-362

3. On a préparé une feuille de calcul où figure le bénéfice total (en euros), en fonction de la quantité d'acier produite par jour.

a. Une formule à saisir dans la cellule B2 permettant, par recopie vers le bas, de compléter les cellules de B3 à B20 est =100$A2.

b. Une formule à saisir dans la cellule D2, permettant, par recopie vers le bas, de compléter les cellules de D3 à D20 est =$B2-$C2.

	A	B	C	D
1	Tonnes d'acier par jour	Recette	Coût	Bénéfice total en €
2	0	0	200	-200
3	1	100	394	-294
4	2	200	546	-346
5	3	300	662	-362
6	4	400	748	-348
7	5	500	810	-310
8	6	600	854	-254
9	7	700	886	-186
10	8	800	912	-112
11	9	900	938	-38
12	10	1 000	970	30
13	11	1 100	1 014	86
14	12	1 200	1 076	124
15	13	1 300	1 162	138
16	14	1 400	1 278	122
17	15	1 500	1 430	70
18	16	1 600	1 624	-24
19	17	1 700	1 866	-166
20	18	1 800	2 162	-362

4. En utilisant les résultats figurant dans la feuille de calcul pour répondre aux questions suivantes :

a. Les productions, en nombres entiers de tonnes, permettant au fabricant de faire du profit sont 10, 11, 12, 13, 14 et 15.

b. La quantité, en nombre entier de tonnes, qui assure un bénéfice total maximal est 13 tonnes

5. **a.** Plus la production d'acier est grande, plus le bénéfice est grand. Faux, une production de 17 tonnes occasionne un déficit.

b. Si la production est doublée, le bénéfice total est également doublé. Faux une production de 9 tonnes entraîne un déficit de 38 €, une production de 18 tonnes un déficit de 362 €.