CORRECTION
DU
BREVET BLANC
MATHÉMATIQUES

Collège François Mitterrand de Créon

Mardi 14 janvier 2014

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de **1/4** à **4/4**.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Les calculs effectués et les réponses données devront être détaillés.

SOIN, PRESENTATION et QUALITE DE LA REDACTION : 4 points

EXERCICE 1 (4 POINTS)

1. Calculer le PGCD de 405 et 315.

J'utilise l'algorithme d'Euclide

405	315	315	90	90	45
90	1	45	3	0	2

Le PGCD est le dernier reste non nul *donc **PGCD(405 ; 315) = 45***

2. Dans les bassins d'eau de mer filtrée d'une ferme aquacole de bénitiers destinés à l'aquariophilie, on compte 9 bacs contenant chacun 35 bénitiers de 12,5 cm et 15 bacs contenant 27 bénitiers de 17,5 cm.
L'exploitant souhaite répartir la totalité des bénitiers en des lots de même composition.
Par lot, même nombre de bénitiers de 12,5 cm et même nombre de bénitiers de 17,5 cm.

a) Quel est le plus grand nombre de lots qu'il pourra réaliser ? Justifier votre réponse.

Il y a 9 bacs contenant chacun 35 bénitiers de 12,5 cm soit **315 bénitiers de 12,5 cm.**

Il y a 15 bacs contenant chacun 27 bénitiers de 17,5 cm soit **405 bénitiers de 17,5 cm**.

Les bénitiers de 12,5 cm et les bénitiers de 17,5 cm doivent être équitablement repartis.

Le nombre de lots est donc un diviseur commun de 405 et 315.

Comme l'exploitant veut réaliser le plus grand nombre de lots, *le nombre de lots est donc le plus grand diviseur commun de 405 et 315.*

D'après la question précédente, ***l'exploitant pourra réaliser 45 lots au maximum***.

b) Quelle sera la composition de chaque lot ?

Nombre de bénitiers de 12,5 cm par lot : 315 ÷ 45 = 7

Nombre de bénitiers de 17,5 cm par lot : 405 ÷ 45 = 9

Chaque lot sera composé de 7 bénitiers de 12,5 cm et de 9 bénitiers de 17,5 cm.

EXERCICE 2 (3 POINTS)

Maïa va participer à la course. Elle est sponsorisée par 8 personnes.
Pour bien préparer l'événement et pour ne pas décevoir ses sponsors, elle décide de s'entraîner dans une salle de fitness sur une distance de 3km.

1. Elle commence par courir 20 minutes à une vitesse moyenne de 6 km/h.
Quelle distance a-t-elle alors parcourue après 20 minutes ?

Maïa parcourt 6 km en 60 minutes. ***Après 20 minutes, elle aura parcouru 2 km***.

2. Elle décide d'augmenter son allure pour terminer l'entraînement à une vitesse moyenne de 8 km/h.
Aura-t-elle couru les 3km en moins de 30 minutes ? **Justifiez votre réponse.**

Il lui reste 1 km à parcourir à la vitesse de 8km/h.

Donc il lui faudra 60min ÷ 8 = **7,5 minutes pour parcourir 1 km**.

Au total, elle aura parcouru **3 km en 27,5 minutes**.

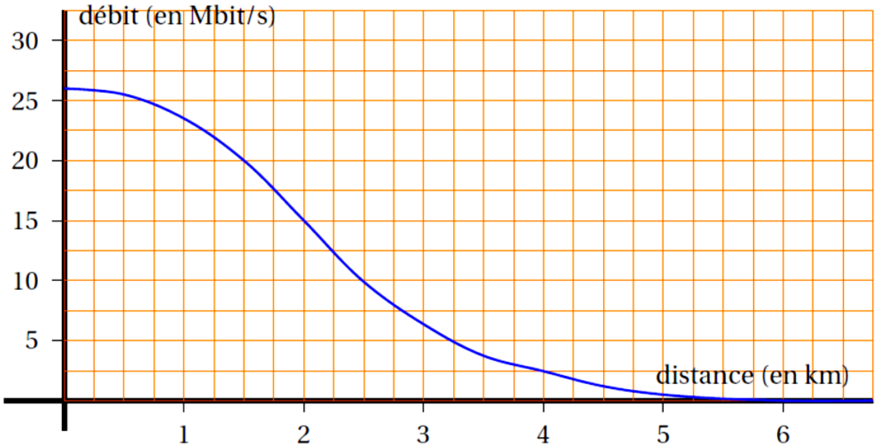
Elle aura bien parcouru les 3 km en moins de 30 minutes

Exercice 3 (4 points)

Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche. On a représenté ci-dessous la fonction d qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).

1. Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?
Marie aura un débit de 10Mbit/s

2. Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?
Paul habite à 1,5km du central téléphonique.



3. **a)** Quel(s) est(ou sont) le(s) antécédent(s) de 15 par la fonction *d* ? L'antécédent de 15 par la fonction d est 2.

b) Que cela signifie-t-il dans notre problème ? Cela signifie, qu'à une distance de 2 km du central téléphonique, le débit de la connexion internet sera de 15 Mbits par seconde

4. Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15Mbits/s.
À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?
Pour recevoir la télévision par internet, on doit habiter à moins de 2 km du central téléphonique.

Exercice 4 (5,5 points)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carre de cette somme
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1) **a)** Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.

$4 \xrightarrow{+1} 5 \xrightarrow{\text{carré}} 25 \xrightarrow{-16} 9$

Si on choisit le nombre 4 au départ, on obtient **9.**

b) Lorsque le nombre de départ est (- 1), quel résultat obtient-on ?

$-1 \xrightarrow{+1} 0 \xrightarrow{\text{carré}} 0 \xrightarrow{-16} -16$

Si on choisit le nombre -1 au départ, on obtient **-16.**

2) **a)**Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x. On appelle $P(x)$ cette expression.

$x \xrightarrow{+1} x+1 \xrightarrow{\text{carré}} (x+1)^2 \xrightarrow{-16} (x+1)^2-16$

L'expression qui traduit ce programme de calcule est donnée par $\boldsymbol{P(x) = (x+1)^2 - 16}$

b) Vérifier que $P(x) = x^2 + 2x - 15$

L'expression $P(x)$ étant écrite sous la forme d'une somme, il faut développer l'expression trouvée à la question 2a)

$$\boldsymbol{P(x) = (x+1)^2 - 16}$$
$$\boldsymbol{P(x) = x^2 + 2x + 1 - 16}$$
$$\boldsymbol{P(x) = x^2 + 2x - 15}$$

c) Vérifier que $P(x) = (x - 3)(x + 5)$.

L'expression $P(x)$ étant écrite sous la forme d'un produit, il faut factoriser l'expression trouvée à la question 2a)

$$\boldsymbol{P(x) = (x+1)^2 - 16}$$
$$\boldsymbol{P(x) = (x+1)^2 - 4^2}$$
$$\boldsymbol{P(x) = \big((x+1) - 4\big)\big((x+1) + 4\big)}$$
$$\boldsymbol{P(x) = (x-3)(x+5)}$$

EXERCICE 5 (3,5 POINTS)

1) Calculer l'expression A = $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$
$$A = \frac{1}{4} + \frac{2 \times 3}{3 \times 2 \times 2}$$
$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$
$$A = \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$
$$\boldsymbol{A = \frac{3}{4}}$$

2) Au gouter, Lise mange un quart du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les deux tiers des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux.

Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

Elle sera prise en compte dans la notation.

Lise mange un quart du paquet de gâteaux donc **il reste trois quarts du paquet**.

Sa sœur Agathe manque les deux tiers des gâteaux restants soit les deux tiers des trois quarts du paquet

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Sa sœur a donc mangé la moitié du paquet.

A elle deux, elles ont mangé les trois quarts du paquet : $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

Il reste donc un quart du paquet. Cela signifie que s'il y avait 4 gâteaux au départ, il resterait 1 gâteau.

Sachant qu'il reste en réalité 5 gâteaux, il y avait au départ 20 gâteaux.

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

Exercice 6 (4 points)

On considère l'expression $A(x) = (2x+1)^2 - 3(7-5x)$. Maxence a développé puis a réduit $A(x)$.
Il a obtenu $A(x) = 4x^2 - 11x - 20$.
Il réalise alors une feuille de calcul ci-contre pour contrôler son résultat.

B2 =(2*A2+1)^2-3*(7-5*A2)

	A	B	C	D
1	x	(2x+1)²-3(7-5x)	4x²-11x-20	
2	0	-20	-20	
3	1	3	-27	
4	2	34	-26	
5	3	73	-17	
6	4	120	0	
7	5	175	25	
8	6	238	58	
9	7	309	99	
10	8	388	148	

1. Expliquer ce que calcule la cellule B2 ?

   La cellule B2 calcule $A(x)$ pour $x = 0$

2. Quelle formule a-t-il écrit en cellule C2 qu'il a étendu ensuite jusqu'à la cellule C10 ?

   La formule écrite dans la cellule C2 est **= 4 * A2 ^ 2 – 11 * A2 – 20**

3. Observer cette feuille de calcul.
   Que pensez-vous alors de la réponse de Maxence ?

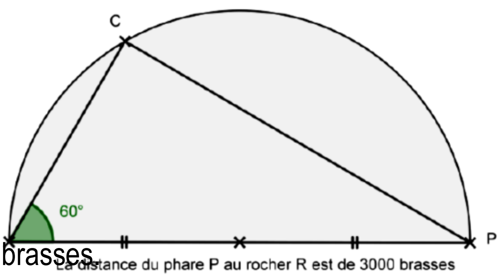
   A partir de la ligne 3 du tableau, on remarque que les résultats des cellules de la colonne B et de la colonne C sont différents. Donc cela prouve que Maxence a fait une erreur lors de sont développement.

4. Développer et réduire l'expression initiale $A(x)$.

$$A(x) = (2x+1)^2 - 3(7-5x)$$
$$A(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 21 + 15x$$
$$\boldsymbol{A(x) = 4x^2 + 19x - 20}$$

Exercice 7 (4,5 points)

Voici une carte découverte par Ruffy qui lui permettra de déterrer le fabuleux trésor de Math le Pirate.
On note : R le rocher en forme de crâne,
C le cocotier sous lequel est enterré le trésor
P le phare.



On sait que :
Le point C est sur le demi-cercle de diamètre [PR],
La distance du phare P au rocher R en forme de crâne est de 3 000 brasses.
Aidez-le à mettre la main sur le butin :

1. Démontrer que le triangle PRC est un triangle rectangle.

   On sait que le triangle RCP est inscrit dans un cercle de diamètre [RP]

   Or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses cotés alors ce triangle est rectangle.

   Donc le triangle RCP est rectangle en C.

2. Calculer la distance RC en brasses.

   Dans le triangle RCP rectangle en C, on a

$$\cos(\widehat{CRP}) = \frac{CR}{RP}$$
$$\cos(60) = \frac{CR}{3000}$$
$$CR = 3000 \times \cos(60)$$
$$\boldsymbol{CR = 1500\ brasses}$$

3. Voici un extrait tiré de l'encyclopédie en ligne *Wikipédia*.

> *La **brasse** (anglais fathom, symbole **fm**) est une ancienne mesure de longueur correspondant à l'envergure des bras. Cette unité, bien qu'autrefois utilisée pour la mesure des terres, n'est encore usitée que dans la marine pour mesurer les cordages, les filins ainsi que la profondeur de l'eau. Dans ce dernier cas, c'est la traduction française de l'unité anglo-saxonne « fathom » qui vaut 1,8288 mètres.*

Donner alors la distance entre phare P et le rocher R en mètres puis en km.

PR = 3000 brasses

PR = 3000 × 1,8288 m

PR = 5486,4 m

PR = 5,4867 km La distance entre le phare et le rocher est de 5486,4 m soit 5,4867 km

Exercice 8 (3 points)

Un lingot d'or ayant la forme d'un parallélépipède rectangle et a les dimensions suivantes :

- Longueur L = 7,5 cm
- largeur ℓ = 3 cm
- hauteur h = 2,3 cm

On sait que la masse de l'or est 19,3 grammes pour 1 cm^3

1. Calculer le volume de ce lingot d'or.

$$V_{Lingot} = L \times l \times h$$

$$V_{Lingot} = 7{,}5 \times 3 \times 2{,}3$$

$$V_{Lingot} = 51{,}75\ cm^3$$

Le volume de ce lingot d'or est de 51,75 cm^3.

2. Calculer la masse de ce lingot d'or.

$$M_{Lingot} = V_{lingot} \times 19{,}3$$

$$M_{Lingot} = 51{,}75 \times 19{,}3$$

$$M_{Lingot} = 998{,}775\ g$$

La masse de ce lingot est de 998,775 grammes.

Exercice 9 (4,5 points)

Sur la figure suivante la personne, dont les yeux se trouvent en A à 160 cm du sol et qui se tient à 20 m de l'immeuble, voit celui-ci sous un angle $\widehat{CAD}$ = 37°.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.

   Dans le triangle ABC rectangle en B, on a

   💣 Il faut que les longueurs BC et AB soient exprimées dans la même unité de longueur !
   BC = 160 cm et AB = 20 m = 2000 cm

$$\tan(\widehat{CAB}) = \frac{BC}{AB}$$
$$\tan(\widehat{CAB}) = \frac{160}{2000}$$
$$\widehat{CAB} \approx 4{,}57°$$
$$\widehat{CAB} \approx 5°$$

   La mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ est d'environ 5°.

2. Calculer la hauteur CD de l'immeuble.

CD = CB + BD . Il faut donc calculer la longueur BD.

Dans le triangle ABD rectangle en B, on a

$$\boxed{\widehat{BAD} = 37 - 5 \approx 32°}$$

$$\tan(\widehat{DAB}) = \frac{DB}{AB}$$
$$\tan(32) \approx \frac{BD}{2000}$$
$$BD \approx 2000 \times \tan(32)$$
$$BD \approx 1249{,}7\ cm$$
$$BD \approx 1250\ cm$$

CD ≈ 160 + 1 250 ≈ 1 410 cm

Donc la hauteur CD est égale à environ 1 410 cm.