

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
corrigé
Série STG
BAC BLANC n°2
Session 2008

- LA REDACTION ET LA PRESENTATION SONT PRISES EN COMPTE
- LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES conformément à la circulaire n°99-186 du 16/11/1999
- LE SUJET COMPORTE 4 PAGES ET UNE ANNEXE

DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 : 5 points

Chaque affirmation ci-après comporte trois réponses. Pour chaque question une seule réponse est exacte. Toute réponse exacte rapporte 1 point; une réponse fausse enlève 0,5 points; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à zéro. **Recopier clairement sur la copie la réponse exacte.** Aucune justification n'est demandée.

I. Le tableau suivant indique l'évolution du chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une entreprise entre 2001 et 2005.

année	2001	2002	2003	2004	2005
Rang (x_i)	1	2	3	4	5
Chiffres d'affaires (y_i)	340	341	343	341	344

1. les coordonnées du point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$ sont

$$G(2,5 ; 341,8)$$

$$G(3 ; 342,1)$$

$$G(3 ; 341,8)$$

2. la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation :

$$y = 0,8x + 339,4$$

$$y = 0,9x + 339,1$$

$$y = 0,8x + 341,8$$

3. le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, estimé pour 2006 à l'aide de l'ajustement précédent est de

$$344,5$$

$$346,6$$

$$344,2$$

II. $\ln(54) - 2 \ln(3)$ est égal à

$$\ln(9)$$

$$\ln(3)$$

$$\ln(6)$$

III. La population mondiale a doublé entre 1960 et 2000. Le taux d'accroissement moyen annuel a été de

$$3\%$$

$$2,75\%$$

$$1,75\%$$

EXERCICE 2 : 6 points

En 2003, une étude est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composée de 1500 individus. La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? » Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	moins de 25 ans	25 - 39 ans	40 - 59 ans	60 ans et plus	TOTAL
oui	156	171	150	48	525
non	258	297	273	147	975
TOTAL	414	468	423	195	1500

Première partie :

a) Parmi la population totale, quelle est la proportion de personnes connaissant le commerce équitable ?

$$\frac{525}{1500} = \frac{7}{20} = 35\%$$

b) Parmi la population totale, quelle est la proportion de personnes âgée de moins de 25 ans connaissant le commerce équitable ? $\frac{156}{1500} = \frac{13}{125} = 10,4\%$

c) Parmi les plus de 60 ans, quel est le pourcentage, arrondi à 0,1%, des personnes connaissant le commerce équitable ? $\frac{48}{195} = \frac{16}{65} \approx 24,6\%$

- d) Parmi les personnes connaissant le commerce équitable, quel est le pourcentage, arrondi à 0,1%, des personnes âgées de moins de 40 ans ? $\frac{156 + 171}{525} = \frac{327}{525} = \frac{109}{175} \approx 62,3\%$

Deuxième partie :

On pose aux 1 500 personnes précédentes une seconde question : « Connaissez-vous le label AB pour agriculture biologique ? »

- Parmi les personnes connaissant le commerce équitable, 504 d'entre-elles connaissent le label AB.
- Parmi les personnes ne connaissant pas le commerce équitable, 546 d'entre-elles connaissent le label AB.

On interroge au hasard une des 1 500 personnes et on considère les événements A et C suivants :

A : « la personne interrogée connaît le label AB »

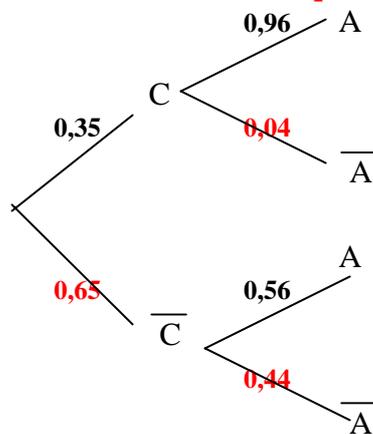
C : « la personne interrogée connaît le commerce équitable »

1. Montrer que $P_C(A) = 0,96$ et que $P_{\overline{C}}(A) = 0,56$

D'après l'énoncé, on a $P_C(A) = \frac{504}{525} = \frac{24}{25} = 0,96$ et $P_{\overline{C}}(A) = \frac{546}{975} = \frac{14}{25} = 0,56$

2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :

La somme à chaque nœud est égale à 1, d'où :



3. Calculer à l'aide de cet arbre les probabilités $P(A \cap C)$ et $P(A \cap \overline{C})$

$P(A \cap C) = 0,35 \times 0,96 = 0,336$ et $P(A \cap \overline{C}) = 0,65 \times 0,56 = 0,364$

4. Un journaliste déclare : « 70% de la population française connaît le label AB ». L'affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.

Comme $P(A) = P(A \cap C) + P(A \cap \overline{C})$ alors d'après la question précédente, on a :

$P(A) = 0,336 + 0,364 = 0,7$ Soit 70%. Le journaliste a raison.

5. Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.

Deux événements A et C sont indépendants si $P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$. Comme $P(A) = 0,7$ et $P(C) = 0,35$,

$P(A) \times P(C) = 0,7 \times 0,35 = 0,245$. Or $P(A \cap C) = 0,336$

Puisque $P(A \cap C) \neq P(A) \times P(C)$, on en conclut donc que A et C ne sont pas indépendants.

EXERCICE 3 : 3 points

Un site de musique propose aux internautes de télécharger des titres de musique sur leur ordinateur. Son offre commerciale pour un trimestre, est la suivante :

Option 1 : 0,90€ par titre téléchargé.

Option 2 : un abonnement de 12€ et chaque titre téléchargé coûte alors 0,675€

Option 3 : Un forfait de 40€ qui donne droit à 50 titres téléchargés, chaque titre supplémentaire coûte 1€

Pour choisir au mieux son option, valentin crée une feuille de calcul dans un tableur. Son étude porte sur un nombre de titres téléchargés compris entre 0 et 150. Voici le début de cette feuille de calcul :

	A	B	C	D
1	comparaison des offres			
	nombre de titres téléchargés	option 1	option 2	option 3
2				
3	0	0	12	40
4	1	0,9	12,675	40
5	2	1,8	13,35	40
6	3	2,7	14,025	40

1. Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas doit-il écrire dans la cellule B3 ?

$$=0,9*A3$$

2. Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas doit-il écrire dans la cellule C3 ?

$$=12+0,675*A3$$

3. Compléter les cellules B54, C54, D54, dans le tableau de la feuille donnée annexe.

51	45,9	46,425	41
----	------	--------	----

EXERCICE 4 : 6 points

Le but de cet exercice est d'associer les courbes ci-jointes à certaines fonctions, puis de les exploiter.

L'intervalle d'étude est $]0 ; 8]$

Dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ proposé, on donne les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h. (Voir feuille annexe)

Partie A (4,25 points)

On sait que :

f est définie sur $]0 ; 8]$ par $f(x) = (\ln(x))^2$

g est définie sur $]0 ; 8]$ par $g(x) = 3 - 2 \ln(x)$

h est définie sur $]0 ; 8]$ par $h(x) = 5x - 2x \times \ln(x)$

On désigne par f' et g' les fonctions dérivées respectives de f et g sur $]0 ; 8]$.

1. Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$ pour x appartenant à $]0 ; 8]$.

f est de la forme u^2 avec $u(x) = \ln(x)$ donc $f' = 2u u'$ avec $u'(x) = \frac{1}{x}$ et alors $f'(x) = 2 \ln(x) \times \frac{1}{x} = 2 \frac{\ln(x)}{x}$

$$g'(x) = -2 \times \frac{1}{x} = -\frac{2}{x}$$

2. Etudier les signes respectifs de $f'(x)$ et $g'(x)$ pour x appartenant à $]0 ; 8]$.

$f'(x) = 0$ équivaut à $\ln(x) = 0$ soit $x = 1$ d'où le tableau

x	0	1	8	
signe de x		+	+	
signe de $\ln(x)$		-	+	
signe de f'		-	0	+

$g'(x)$ n'est jamais nulle sur $]0 ; 8]$ et donc le signe de $g'(x)$ est

x	0	1	8
signe de x	-	+	+
signe de g'(x)	-	-	-

3. En déduire les variations respectives de f et g sur $]0 ; 8]$.

x	0	1	8
f'	-		+
f(x)			$3\ln(2)/4$

0

x	0	8
g'	-	
g(x)		-0,25

4. Calculer $h(1)$

On a $h(1) = 5 \times 1 - 2 \times 1 \times \ln(1) = 5$

5. Déduire de ces informations, à quelle fonction f, g, h on associe chacune des courbes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$.

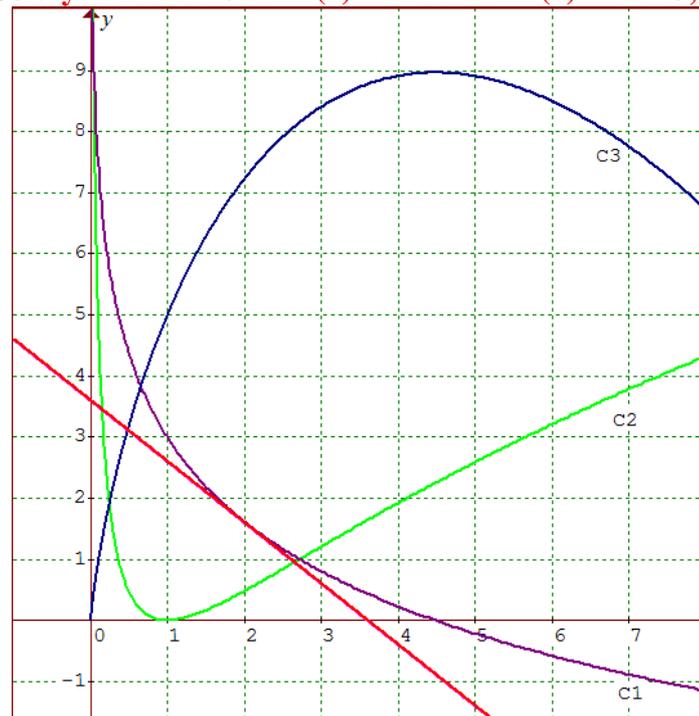
\mathcal{C}_1 , représente g \mathcal{C}_2 représente f \mathcal{C}_3 représente h

6. Donner l'équation réduite de la tangente à \mathcal{C}_1 au point d'abscisse 2. La tracer.

Forme générale en x_0 , $y - g(x_0) = g'(x_0)(x - x_0)$

Ici $x_0 = 2$ et on a $g(2) = 3 - 2 \ln(2)$ et $g'(2) = -1$ alors $y - (3 - 2 \ln(2)) = - (x - 2)$

Soit $y = -x + 2 + 3 - 2 \ln(2) = -x + 5 - 2 \ln(2) = -x + 3,61$



Partie B (1,75 points)

1. Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à $(\ln(x) + 3) \times (\ln(x) - 1) = 0$

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\text{ équivaut à } (\ln(x))^2 = 3 - 2 \ln(x) \text{ soit } (\ln(x))^2 + 2 \ln(x) - 3 = 0 \\ \text{or } (\ln(x) + 3) \times (\ln(x) - 1) &= (\ln(x))^2 - \ln(x) + 3 \ln(x) - 3 = (\ln(x))^2 + 2 \ln(x) - 3 \text{ d'où} \\ &\text{l'équation } f(x) = g(x) \text{ équivaut à } (\ln(x) + 3) \times (\ln(x) - 1) = 0 \end{aligned}$$

2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

$$(\ln(x) + 3) \times (\ln(x) - 1) = 0 \text{ équivaut à } \ln(x) + 3 = 0 \text{ ou } \ln(x) - 1 = 0 \text{ ce qui donne}$$

$$\ln(x) = -3 \text{ ou } \ln(x) = 1$$

$$x = e^{-3} \text{ ou } x = e$$

l'équation admet deux solutions e^{-3} et e

3. Interpréter graphiquement ce résultat.

\mathcal{C}_1 , qui représente g et \mathcal{C}_2 qui représente f sont sécantes en deux points distincts d'abscisses respectives e^{-3} et e

Nom :

Prénom :

Tableau exercice 3 :

	A	B	C	D
1	comparaison des offres			
2	nombre de titres téléchargés	option 1	option 2	option 3
51	48	43,2	44,4	40
52	49	44,1	45,075	40
53	50	45	45,75	40
54	51			

Figure exercice 4 :