Examen Blanc type **Diplôme National du Brevet**

SESSION MAI 2017

Collège Henri Bosco

Vitrolles

Épreuve de

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Durée de l'épreuve : 2h00

Le candidat répond sur une copie modèle Éducation Nationale.

Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Exercice n°1	5 points
Exercice n°2	8 points
Exercice n°3	8 points
Exercice n°4	6 points
Exercice n°5	6 points
Exercice n°6	5 points
Exercice n°7	7 points
Maîtrise de la langue	5 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n°1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.
Toute réponse exacte vaut 1 point.
Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte (A ou B ou C).

1 B

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2\times 2x\times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

2 C

$(x+1)(2x-5) = 0$
Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul donc

$(x+1) = 0$ ou $(2x-5) = 0$

$x = -1$

$2x - 5 + 5 = 0 + 5$

$2x = 5$

$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2}$

$x = 2{,}5$

3 C

Si on double toutes les dimensions d'un aquarium, alors son volume est multiplié par $2^3 = 8$

4 B

Dans le triangle ABC rectangle en A,
$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$

$\tan 40° = \frac{AB}{6}$

$AB = 6\times \tan 40°$

$AB \approx 5{,}03$

5 A

Exercice n°2

Sur un télésiège d'une station de ski, on peut lire les informations suivantes :

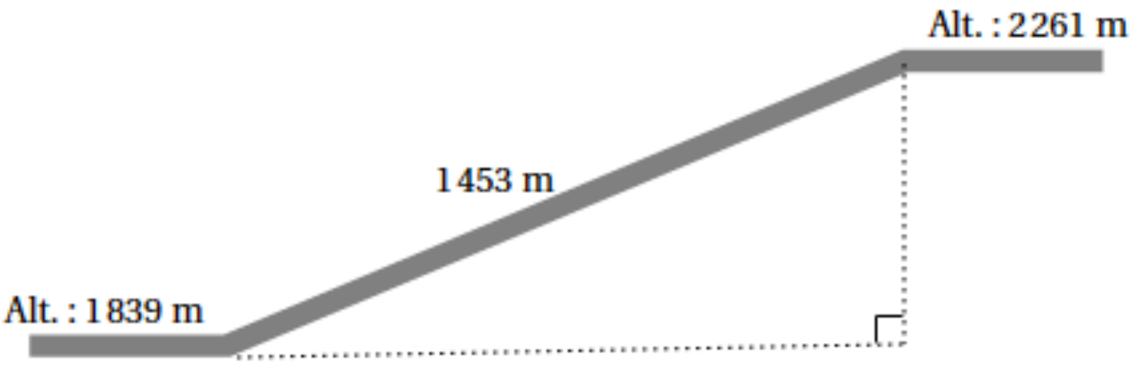
Télésiège 6 places

Vitesse : $5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ — Puissance : 690 kW

Débit maxi : 3000 skieurs par heure

Altitude du départ : 1839 m — Altitude de l'arrivée : 2261 m

Distance parcourue entre le départ et l'arrivée : 1453 m



Ouverture du télésiège : 9h — Fermeture : 16h

1) Une journée de vacances d'hiver, ce télésiège fonctionne avec son débit maximum pendant toute sa durée d'ouverture.
Combien de skieurs peuvent prendre ce télésiège ?

$16 - 9 = 7$

Le télésiège fonctionne pendant 7 h.

$7 \times 3000 = 21\,000$

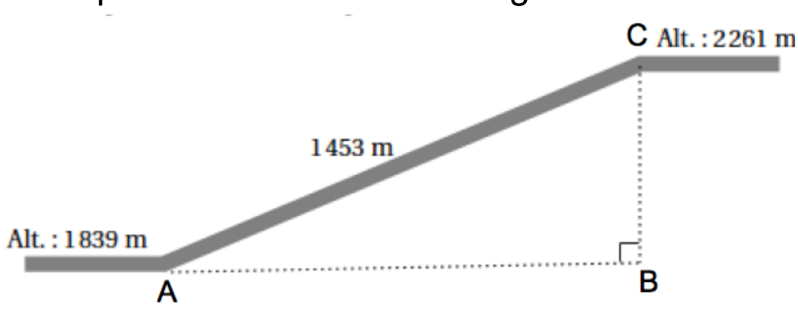
21 000 skieurs pourront prendre ce télésiège.

2) Calculer la durée du trajet d'un skieur qui prend ce télésiège.
On arrondira le résultat à la seconde, puis on l'exprimera en minutes et secondes.

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1453}{5{,}5} \approx 264\ s$$

$264\ s = (4 \times 60 + 24)\ s = 4\ min\ 24s$

3) Calculer l'angle formé avec l'horizontale par le câble de ce télésiège.
On arrondira le résultat au degré.



Calcul du dénivelé BC

$2\,261 - 1\,839 = 422$

Dans le triangle ABC rectangle en B

$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{422}{1453}$

Avec la calculatrice, on en déduit que

$\widehat{BAC} \approx 17\,°$

L'angle formé avec l'horizontale par le câble de ce télésiège est égal à 17°.

Exercice n°3

Agnès envisage de peindre la façade de son hangar.

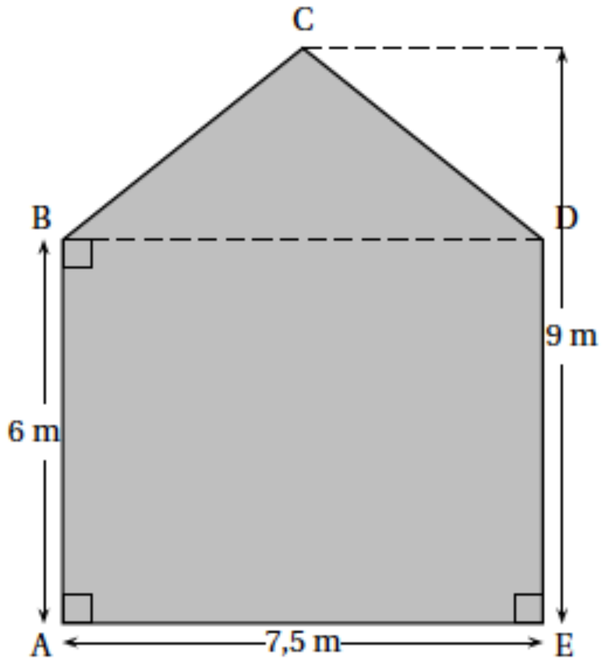
Information 1 : Caractéristiques de la peinture utilisée.

Renseignements concernant un pot de peinture

Volume : 6 l
Temps de séchage : 8 h
Surface couverte : 24 m²
Monocouche*
Prix : 103,45 €

* Une seule couche de peinture suffit.

Information 2 : schéma de la façade
(le schéma n'est pas à l'échelle)
La zone grisée est la zone à peindre.



1) Quel est le montant minimum à prévoir pour l'achat des pots de peinture ?

Calcul de la surface à couvrir :

$$A_{BCD} + A_{ABDE} = \frac{BD \times hauteur}{2} + DE \times AE = \frac{7,5 \times (9-6)}{2} + 6 \times 7,5$$

$$A_{BCD} + A_{ABDE} = 11,25 + 45 = 56,25\ m^2$$

La surface à couvrir est de 56,25 m²

Calcul du nombre de pots :

$\frac{56,25}{24} \approx 2,3$ Il faudra 3 pots de peinture.

Calcul du coût :

$3 \times 103,45 = 310,35$

Le montant minimum à prévoir pour l'achat des pots de peinture est de 310,35 €.

2) Agnès achète la peinture et tout le matériel dont elle a besoin pour ses travaux.
Le montant total de la facture est de 343,50 €.
Le magasin lui propose de régler $\frac{2}{5}$ de la facture aujourd'hui et le reste en trois mensualités identiques.
Quel sera le montant de chaque mensualité ?

Si Agnès règle les $\frac{2}{5}$ le jour de l'achat, il lui restera les $\frac{3}{5}$ à régler en 3 mensualités.

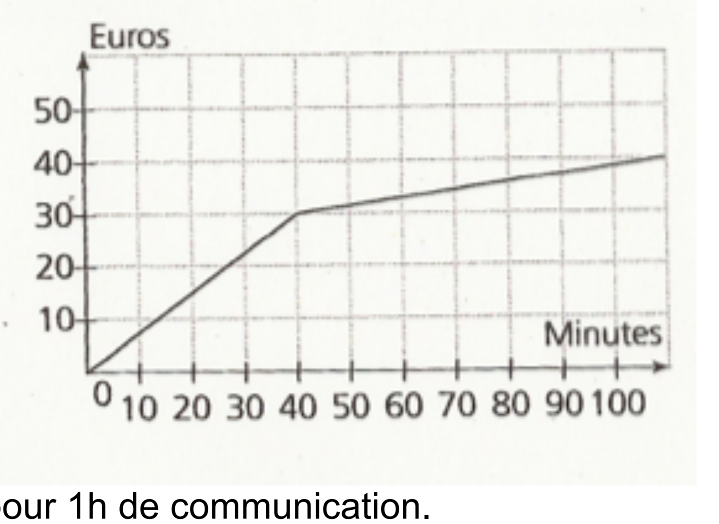
$\frac{3}{5} \times 343,50 = 206,10$

$\frac{206,1}{3} = 68,7$

Chaque mensualité s'élève à 68,70 €.

Exercice n°4

Le montant d'une facture de téléphone pour des appels passés à l'étranger, en fonction de la durée de communication, est représenté par le graphique ci-contre.



1) Indiquer le montant de la facture pour 1h de communication. Donner une valeur approchée.

   Le montant de la facture pour 1h de communication est d'environ 33 €.

2) Quelle est la durée de communication si le montant de la facture s'élève à 15€ ?

   Si le montant de la facture s'élève à 15€, la durée de communication est de 20 minutes environ.

3) On appelle m la fonction, qui à une durée de communication t (en minutes), fait correspondre le montant de la facture (en €).
   a) Quelle est l'image de 12,5 par la fonction m ? Interpréter.

      L'image de 12,5 par la fonction m est 10.
      Le montant pour 12 min et 30 s de communication s'élève à 10 €.

b) Quel est l'antécédent de 30 par m ? Interpréter.

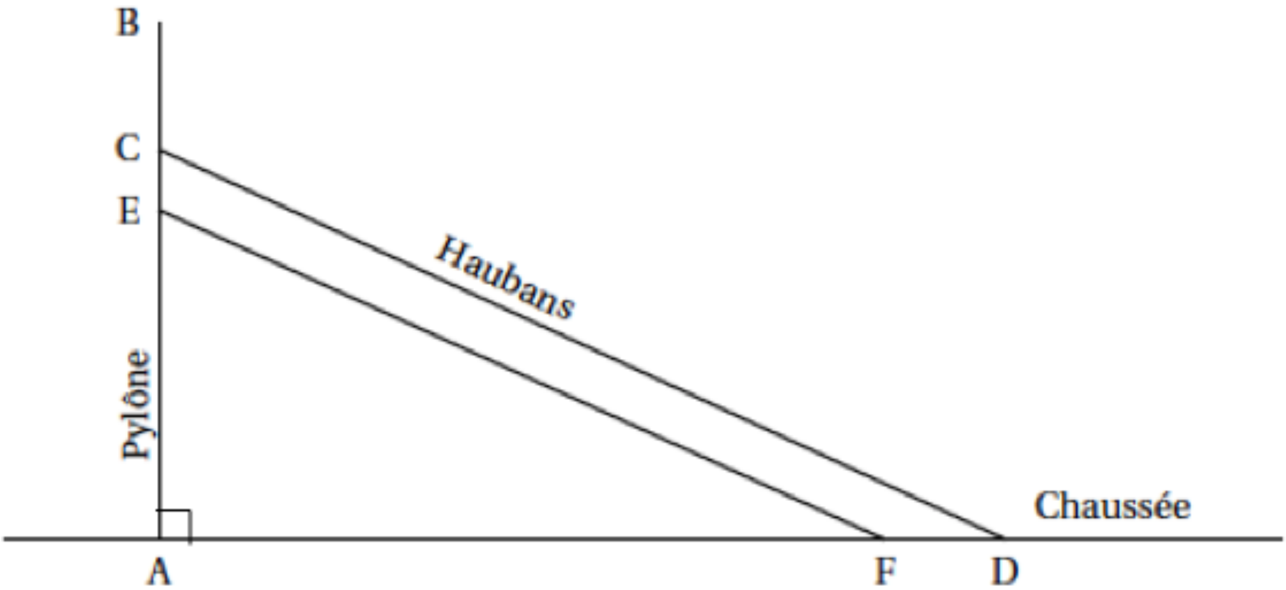
L'antécédent de 30 par m est 40.
Pour une durée de communication de 40 min, le montant de la facture est de 30 €.

4) Pour téléphoner à l'étranger, Marie dispose d'une somme comprise entre 30€ et 40€. Quelle peut-être la durée de sa conversation téléphonique ?

Pour une somme comprise entre 30€ et 40€, Marie peut téléphoner entre 40 et 110 minutes.

Exercice n°5

Le viaduc de Millau est un pont franchissant la vallée du Tarn, dans le département de l'Aveyron, en France. Il est constitué de 7 pylônes verticaux équipés chacun de 22 câbles appelés haubans.
Le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, représente un pylône et deux de ses haubans.



On dispose des informations suivantes :
AB = 89 m; AC = 76 m; AD = 154m; FD = 12m et EC = 5m.

1) Calculer la longueur du hauban [CD]. Arrondir au mètre près.

Dans le triangle ADC rectangle en A, d'après l'égalité de Pythagore :
$CD^2 = AD^2 + AC^2$
$CD^2 = 154^2 + 76^2$
$CD^2 = 29\,492$

$CD = \sqrt{29492} \approx 172$
La longueur du hauban [CD] est égale à 172 m.

2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$ formé par le hauban [CD] et la chaussée. Arrondir au degré près.

Dans le triangle ADC rectangle en A,

$\tan\widehat{CDA} = \frac{AC}{AD} = \frac{76}{154}$

Avec la calculatrice, on en déduit que $\widehat{CDA} \approx$ 26 °

3) Les haubans [CD] et [EF] sont-ils parallèles ?

On sait que les droites (CE) et (FD) sont sécantes en A.

On calcule séparément les quotients :

D'une part, $\frac{AE}{AC} = \frac{AC-EC}{AC} = \frac{76-5}{76} = \frac{71}{76}$

D'autre part, $\frac{AF}{AD} = \frac{AD-FD}{AD} = \frac{154-12}{154} = \frac{142}{154} = \frac{2\times71}{2\times77} = \frac{71}{77}$

On constate que $\frac{AE}{AC} \neq \frac{AF}{AD}$ donc on en déduit que les haubans ne sont pas parallèles.

Exercice n°6

Sarah décide de faire de l'équitation. Le club hippique lui propose deux tarifs :

Option 1 : 18 € la séance

Option 2 : une carte d'abonnement de 132 € pour l'année avec un tarif de

12 € la séance.

1) Sarah n'est pas abonnée, et dispose de 500 € pour son année d'équitation. Calculer le nombre de séance qu'elle pourra effectuer.

500 ÷ 18 ≈ 27,8

Elle pourra effectuer 27 séances.

2) Pour quel nombre de séances la somme payée avec l'option 1 est-elle égale à la somme payée avec l'option 2 ?

(*Pour cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.)*

Soit x le nombre de séances.

Montant de la dépense avec l'option 1 : $18x$

Montant de la dépense avec l'option 2 : $132 + 12x$

On veut que ces deux montants soient égaux donc on obtient l'équation suivante

$18x = 132 + 12x$

$18x - 12x = 132 + 12x - 12x$

$6x = 132$

$\frac{6x}{6} = \frac{132}{6}$

$x = \frac{132}{6}$

$x = 22$

Pour 22 séances, la somme payée avec l'option 1 est égale à la somme payée avec l'option 2.

Vérification : $18 \times 22 = 396$ et $132 + 12 \times 22 = 396$

Exercice n°7

Une entreprise de fabrication de bonbons souhaite vérifier la qualité de sa nouvelle machine de conditionnement. Cette machine est configurée pour emballer environ 60 bonbons par paquet.
Pour vérifier sa bonne configuration, on a étudié 500 paquets à la sortie de cette machine.

Document 1 : Résultats de l'étude

Nombre de bonbons	56	57	58	59	60	61	62	63	64
Effectifs	4	36	53	79	145	82	56	38	7

Document 2 : Critères de qualité

Pour être validée par l'entreprise, la machine doit respecter trois critères de qualité :

• Le nombre moyen de bonbons dans un paquet doit être compris entre 59,9 et 60,1.
• L'étendue de la série doit être inférieure ou égale à 10.
• Le nombre médian de bonbons dans un paquet ne doit pas être inférieur à 59.

La nouvelle machine respecte-t-elle les critères de qualité ?
Il est rappelé que les réponses doivent être justifiées.

Calcul du nombre moyen de bonbons :

$$\frac{56\times 4 + 57\times 36 + 58\times 53 + 59\times 79 + 60\times 145 + 61\times 82 + 62\times 56 + 63\times 38 + 64\times 7}{4+36+53+79+145+82+56+38+7}$$

$= \frac{30\,027}{500} = 60{,}054$

Le nombre moyen de bonbons est égal à 60,054.

Cette valeur est comprise entre 59,9 et 60,1 donc le premier critère est vérifié.

Calcul de l'étendue :

$e = 64 - 56 = 8 < 10$

L'étendue est inférieure à 10 donc le deuxième critère est vérifié.

Calcul du nombre médian de bonbons :

Le nombre total de paquets, égal à 500, est pair.

Les données sont rangées dans l'ordre croissant dans le tableau.

On constitue deux groupes de 250 données.

On cherche la $250^{\text{ème}}$ donnée et la $251^{\text{ème}}$ donnée.

$4 + 36 + 53 + 79 = 172$

$4 + 36 + 53 + 79 + 145 = 317$

La $250^{\text{ème}}$ donnée et la $251^{\text{ème}}$ donnée sont égales à 60 donc la médiane est égale à 60.

Cette valeur est supérieure à 59 donc le troisième critère est vérifié.

Conclusion : La machine respecte tous les critères de qualité.