EXERCICE 3 (4 points)

(Commun à tous les candidats)

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :

- les ingénieurs ;
- les opérateurs de production ;
- les agents de maintenance.

Il y a 8% d'ingénieurs et 82% d'opérateurs de production. Les femmes représentent 50% des ingénieurs, 25% des agents de maintenance et 60% des opérateurs de production.

Partie A

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.
On note :

- M l'événement « le personnel interrogé est un agent de maintenance » ;
- O l'événement « le personnel interrogé est un opérateur de production » ;
- I l'événement « le personnel interrogé est un ingénieur » ;
- F l'événement « le personnel interrogé est une femme ».

1) Construire un arbre pondéré correspondant aux données.

2) Calculer la probabilité d'interroger

a) un agent de maintenance ;

b) une femme agent de maintenance ;

c) une femme.

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue. Des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à $0,002$;
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à $0,003$;
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à $0,04$.

On note :

- A l'événement « l'alarme se déclenche » ;
- B l'événement « une panne se produit ».

1) Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à $0,037$.

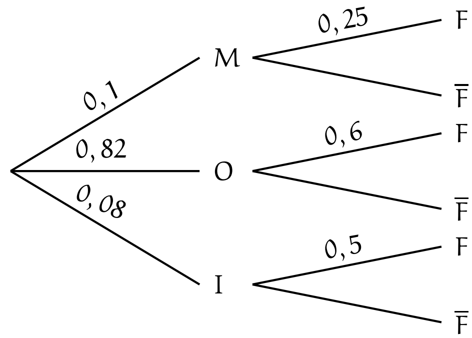
2) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

3) Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

EXERCICE 3

Partie A

1) Représentons la situation par un arbre.



2) **a)** $p(M) = 1 - p(I) - p(O) = 1 - 0,08 - 0,82 = 0,1$.

$$\boxed{p(M) = 0,1.}$$

b) La probabilité demandée est $p(M \cap F)$. Or

$$p(M \cap F) = p(M) \times p_M(F) = 0,1 \times 0,25 = 0,025.$$

$$\boxed{p(M \cap F) = 0,025.}$$

c) La probabilité demandée est $p(F)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$p(F) = p(M \cap F) + p(O \cap F) + p(I \cap F) = p(M) \times p_M(F) + p(O) \times p_O(F) + p(I) \times p_I(F) = 0,1 \times 0,25 + 0,82 \times 0,6 + 0,08 \times 0,5 = 0,025 + 0,492 + 0,04 = 0,557.$$

$$\boxed{p(F) = 0,557.}$$

Partie B

1) La probabilité demandée est $p(A \cap B)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire que $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$ et donc

$$p(A \cap B) = p(B) - p(\overline{A} \cap B) = 0,04 - 0,003 = 0,037.$$

$$\boxed{p(A \cap B) = 0,037.}$$

2) La probabilité demandée est $p(A)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \overline{B}) = 0,037 + 0,002 = 0,039.$$

$$\boxed{p(A) = 0,039.}$$

3) La probabilité demandée est $p_A(B)$.

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,037}{0,039} = 0,95 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

$$\boxed{p_A(B) = 0,95 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}}$$

