Sujet du bac TES Liban 2006-2007

Exercice 2 **5 points**

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Les places d'une salle de cinéma sont toutes occupées. Le film proposé est une rediffusion d'une comédie à grand succès. Dans cette salle, les hommes représentent 25 % des spectateurs, les femmes $\frac{2}{5}$ des spectateurs et les autres spectateurs sont des enfants.

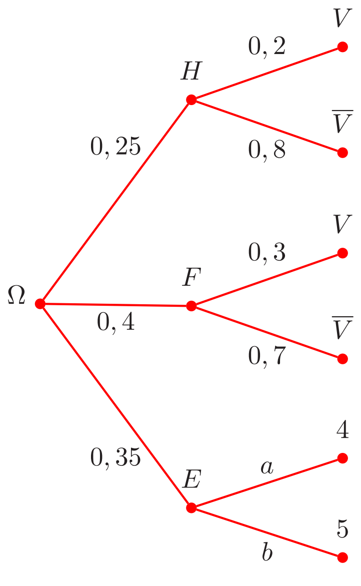
$\frac{1}{5}$ des hommes et 30 % des femmes ont déjà vu ce film au moins une fois. À la fin de la projection, on interroge au hasard une personne sortant de la salle.

On appelle :
H l'évènement : « la personne interrogée est un homme »
F l'évènement : « la personne interrogée est une femme »
E l'évènement : « la personne interrogée est un enfant »
V l'évènement : « la personne interrogée avait déjà vu le film avant cette projection »
$\overline{\text{V}}$ l'évènement : « la personne interrogée n'avait jamais vu le film avant cette projection ».
La notation $p(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A.
La notation $p_{\text{B}}(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

Partie A

1. À l'aide des notations ci-dessus, traduire la situation décrite en recopiant et en complétant l'arbre pondéré dont le départ est proposé ci-dessous. On prendra soin de le compléter au fur et à mesure.

SOLUTION : Voici l'arbre de probas correspondant :



2. **a.** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement H ∩ V.

SOLUTION : $H \cap V$ correspond à l'événement « la personne est un homme et a déjà vu le film ».

b. Donner $p_{\text{H}}(\text{V})$ et en déduire $p(\text{H} \cap \text{V})$.

SOLUTION : $P_H(V) = \frac{1}{5} = 0,2$. Donc $P(H \cap V) = P(H) \times P_H(V) = 0,25 \times 0,2 = 0,05$.

3. La probabilité que l'évènement V soit réalisé est égale à 0, 345.

a. Déterminer $p\left(\overline{\text{V}}\right)$.

SOLUTION : On a $P(\overline{V}) = 1 - P(V) = 0,655$.

b. Déterminer la probabilité que si l'on interroge un enfant, il ait déjà vu ce film au moins une fois avant cette projection.

SOLUTION : On cherche $P_E(V)$.
On sait que $P(V) = 0,345$ et $P(H \cap V) = 0,05$ et $P(F \cap V) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$ donc $P(E \cap V) = 0,345 - (0,05 + 0,12) = 0,175$.

Puis $P_E(V) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(E)} = \dfrac{0,175}{0,35} = 0,5$.

4. On interroge au hasard et successivement quatre personnes sortant de la salle. On suppose que le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection ?

   SOLUTION : On étudie d'abord l'événement complémentaire : aucune des 4 personnes n'a déjà vu le film. Cet événement a pour probabilité $(0,655)^4$ à cause de l'indépendance.

   La probabilité qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection est $1-(0,655)^4 \simeq 0,816$.

Sujet du bac TES Pondichéry 2004

Exercice 2 5 points

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales et langue vivante.
Nous savons de plus que :
37 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques ;
25 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécalité langue vivante ;
21 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat ;
32,5 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales et ont obtenu le baccalauréat.
De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5 % ont obtenu le baccalauréat.
On interroge un candidat pris au hasard.
On note :
M l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;
S l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ;
L l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;
R l'évènement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».
On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions. Les résultats demandés seront arrondis au millième près.

1. Traduire en termes de probabilités et en utilisant les notations indiquées les informations numériques données ci-dessus.

   SOLUTION : 37 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques ; donc $\boxed{P(M) = 0,37}$

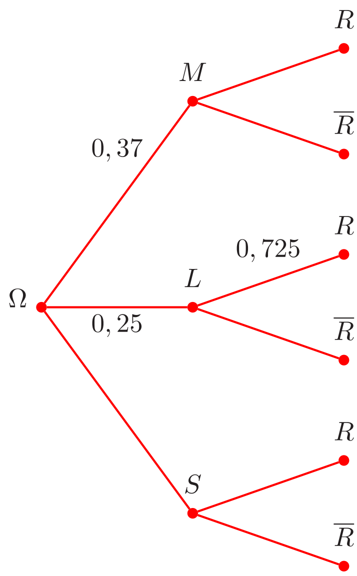
   25 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécalité langue vivante ; donc $\boxed{P(L) = 0,25}$

   21 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat ; donc $\boxed{P(M \cap R) = 0,21}$

   32,5 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales et ont obtenu le baccalauréat. donc $\boxed{P(S \cap R) = 0,325}$

   De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5 % ont obtenu le baccalauréat ; donc $\boxed{P_L(R) = 0,725}$

2. a. SOLUTION :



Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales.

SOLUTION : On a $P(S) + P(L) + P(R) = 1$ donc $P(S) = 1 - (0,37 + 0,25) = 0,38$.

b. Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi aux épreuves du baccalauréat.

SOLUTION : On cherche $P(L \cap R) = P(L) \times P_L(R) = 0,25 \times 0,725 = 0,181$.

3. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?

SOLUTION : On cherche $P(L \cap \overline{R}) = P(L) \times P_L(\overline{R}) = 0,25 \times 0,275 = 0,06875 \simeq 0,069$.
En effet, $P_L(\overline{R}) = 1 - P_L(R) = 1 - 0,725 = 0,275$.

4. Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.
Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?

SOLUTION : On cherche $P_M(\overline{R})$:

$$P_M(\overline{R}) = \frac{P(M \cap \overline{R})}{P(M)} = \frac{P(M) - P(M \cap R}{P(M)} = \frac{0,16}{0,37} \simeq 0,44$$

5. Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est 71,6 %.

SOLUTION : D'après la formule des probabilités totales,
$P(R) = P(R \cap M) + P(R \cap S) + P(R \cap L) = 0,21 + 0,325 + P(L) \times P_L(R) = 0,21 + 0,325 + 0,25 \times 0,725 = 0,716$
Le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est donc de 71,6 %.

6. On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.
Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?

SOLUTION : L'événement « au moins une personne sur les trois a est reçu » est l'événement contraire de « toutes les trois ont échoué à l'épreuve ».
Par indépendance, la proba que « toutes les trois ont échoué à l'épreuve » est de $(1 - 0,716)^3 = (0,284)^3$.
Et par suite, $P($« au moins une personne sur les trois a échoué à l'épreuve »$) = 1 - (0,284)^3 \simeq 0,977$.

Sujet du bac TES Antilles 2008-2009

EXERCICE 1 **5 points**

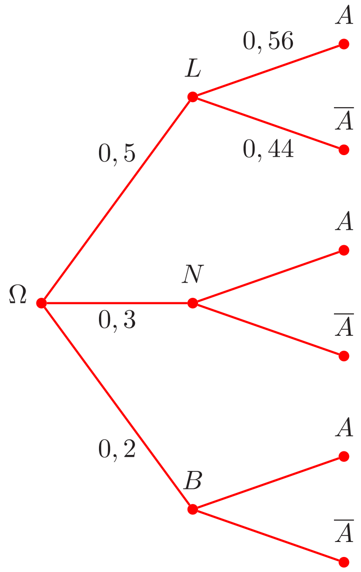
Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs.
Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique.
Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.
On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
On note :

- L : l'évènement « le chocolat choisi est au lait » ;
- N : l'évènement « le chocolat choisi est noir » ;
- B : l'évènement « le chocolat choisi est blanc » ;
- A : l'évènement « le chocolat choisi est garni de praliné » ;
- $\overline{A}$: l'évènement « le chocolat choisi est garni de caramel ».

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilité.

SOLUTION :



2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.

SOLUTION : D'après l'énoncé, $P_L(A) = 0,56$.

3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.

SOLUTION :

On cherche $P(L \cap A) = P(L) \times P_L(A) = 0,5 \times 0,56 = 0,28$.

4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné.

Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à $0,7$.

SOLUTION : On sait maintenant que $P(N \cap A) = 0,21$. Or $P(N \cap A) = P(N) \times P_N(A) = 0,3 \times P_N(A)$.

Donc $P_N(A) = \dfrac{0,21}{0,3} = 0,7$.

5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.

a. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.

SOLUTION : On sait maintenant que $P(A) = 0,6$. Or d'après la formule des probabilités totales $P(A) = P(L \cap A) + P(N \cap A) + P(B \cap A) = 0,28 + 0,21 + P(B \cap A)$.

Donc $P(B \cap A) = 0,6 - (0,28 + 0,21) = 0,11$

b. En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.

SOLUTION : On cherche $P_B(A)$.

Or $P_B(A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(B)} = \dfrac{0,11}{0,2} = 0,55$.

6. On dispose de deux boîtes de chocolats identiques à celle décrite précédemment. Une personne prend au hasard un chocolat dans la première boîte, puis un chocolat dans la deuxième boîte (les tirages sont indépendants).

Déterminer la probabilité de l'évènement : « l'un des chocolats choisi est garni de praliné et l'autre est garni de caramel ».

SOLUTION :

Pour que cet événement se réalise, il faut que le premier est un praliné et le second un caramel ou bien que le premier est un caramel et le second un praliné.

On a donc comme probabilité (par indépendance) : $2 \times P(A) \times P(\overline{A}) = 2 \times 0,6 \times 0,4 = 0,48$.